

INTRODUZIONE ALLA DINAMICA QUANTISTICA

Anno accademico 2009/2010

Docente: G. Panati

I ANALISI ARMONICA E PROPAGAZIONE ONDULATORIA

1. Trasformata di Fourier sul toro T^d

Concetti fondamentali - Convoluzione e trasformata di Fourier - Teorema di unicità - Regolarità locale e decrescita dei coefficienti di Fourier - Convergenza L^2 della serie di Fourier - Criteri per la convergenza uniforme della serie di Fourier - Applicazione alle equazioni delle onde e del calore sul toro.

2. Trasformata di Fourier su \mathbf{R}^d

Trasformata di Fourier in $L^1(\mathbf{R}^d)$ - Spazio di Schwartz - Proprietà della trasformata di Fourier in $S(\mathbf{R}^d)$ ★ - Teorema di inversione di Fourier ★ - Distribuzioni temperate - Trasformata di Fourier distribuzionale - Esempi - Spazi classici: teorema di Plancherel e lemma di Riemann-Lebesgue ★ - Convoluzione: proprietà elementari - Convoluzione e trasformata di Fourier.

Applicazione alle equazioni differenziali in \mathbf{R}^d . Equazione di Laplace ★ - Equazione del calore ★ - Equazione delle onde ★ - Proprietà della propagazione ondulatoria - Metodo della funzione (distribuzione) di Green.

II MECCANICA ONDULATORIA

1. Verso la Meccanica ondulatoria

Motivazione fisica: l'esperimento della doppia fenditura - Propagazione di pacchetti d'onda: conservazione della norma L^2 , dinamica dei valori medi di posizione e vettore d'onda - Costruzione della Meccanica ondulatoria ★ - Pacchetti d'onda: localizzazione in posizione e momento, relazioni di incertezza di Heisenberg e di Weyl ★.

2. L'equazione di Schrödinger libera

Interpretazione fisica - Esistenza e unicità della soluzione (per dati opportuni) - Equazione di continuità e dinamica per tempi brevi - Regolarità delle soluzioni e spazi di Sobolev (cenni) - Il propagatore di Schrödinger ★ - Comportamento asintotico per grandi tempi ★.

Interludio. Risolvente e spettro di un operatore non limitato in uno spazio di Hilbert (cenni).

III MECCANICA QUANTISTICA

1. Struttura generale della Meccanica Quantistica

Preparazioni e stati - Esperimenti, eventi, probabilità: assioma fondamentale della Meccanica Quantistica - Osservabili e misure a valori di proiettore - Relazioni di incertezza e stati coerenti - Rappresentazioni equivalenti della Meccanica Quantistica.

2. Dinamica quantistica in campi elettrici

Dinamica classica in un campo elettrico - Equazione di Schrödinger con potenziale - Esistenza, unicità e regolarità della soluzione: teorema di Kato-Rellich (solo enunciato) - Applicazione alla buca di potenziale: soluzione del problema agli autovalori in $S'(\mathbb{R}^d)$, stati legati e stati di scattering ★ - Simmetrie discrete in Meccanica Quantistica.

3. Dinamica quantistica in potenziale armonico

Richiami sulla teoria classica - Esistenza e costruzione esplicita di un s.o.n.c. di autofunzioni ★ - Spettro dell'operatore Hamiltoniano H_{osc} ★ - Soluzione del problema di Cauchy ★ - Periodicità della dinamica - Energia dello stato fondamentale: un approccio variazionale.

Uno dei seguenti argomenti:

4A. Teoria quantistica dell'atomo di idrogeno

Simmetrie in Meccanica Quantistica. Rappresentazione dei gruppi di simmetria. Il gruppo delle rotazioni e le sue rappresentazioni unitarie ★. Teoria del momento angolare ★. Armoniche sferiche. Applicazione ai potenziali a simmetria sferica ★. Applicazione: spettro dell'atomo di idrogeno ★.

4B. Dinamica quantistica in campi magnetici

Richiami sul campo elettromagnetico e l'invarianza di gauge - Equazione di Schrödinger con campo magnetico e covarianza di gauge ★ - Dinamica in un campo magnetico costante: livelli di Landau.

Per gli argomenti contrassegnati da ★ è richiesta la conoscenza di tutti i dettagli della dimostrazione o della discussione. Per i rimanenti argomenti è sufficiente ricordare l'idea essenziale.

Testi consigliati:

- **Sezione I:** M. Reed, B. Simon, *Methods of Modern Mathematical Physics*, vol. II, Academic Press, 1980.
- **Sezione II:** B. Thaller, *Visual Quantum Mechanics*, Springer, 2000.
B. Thaller, *Advanced Visual Quantum Mechanics*, Springer, 2007.
- **Per gli esercizi e le applicazioni:** F. Schwabl, *Quantum Mechanics*, Springer, 2002.